Спиновые хеликсы в двумерных системах со спин-орбитальным взаимодействием

Козулин Александр,

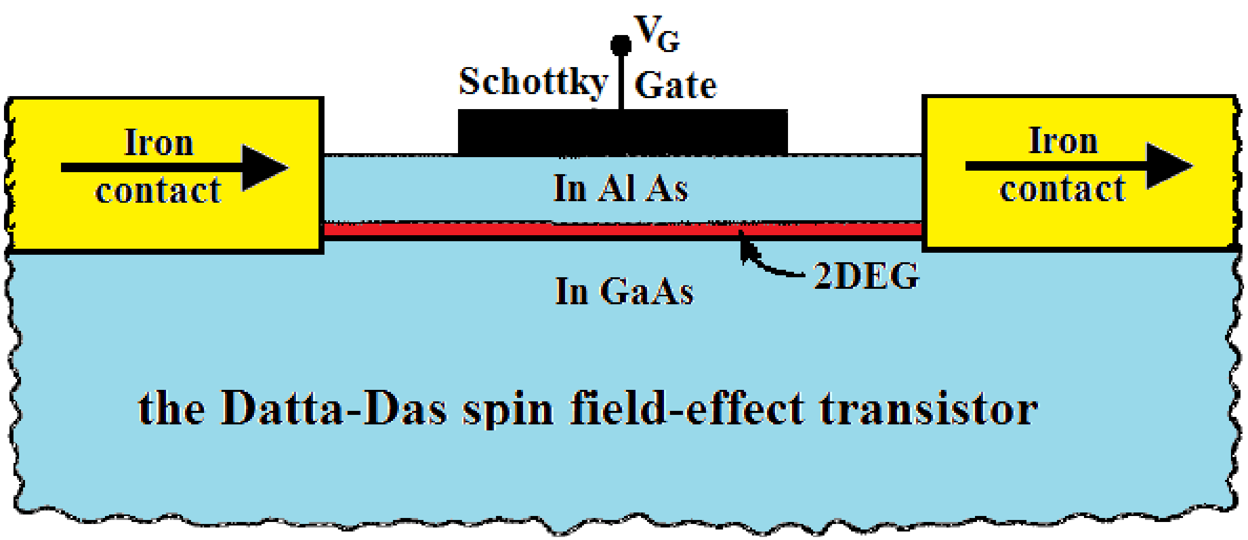
Малышев Александр, Конаков Антон

(Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского)

Спинтроника изучает совместное проявление **заряд**овых и **спин**овых степеней свободы в твердотельных структурах

Создание новых устройств, в которых спин носителя играет ключевую роль

? Использование спиновой степени свободы в квантовых вычислениях ?



Вклады в СОВ-гамильтониан

1. Вклад Дрессельхауза

Нет центра инверсии в объеме полупроводниковой структуры

$$\hat{H}_D = \left(\beta_{11}\hat{\sigma}_x + \beta_{12}\hat{\sigma}_y + \beta_{13}\hat{\sigma}_z\right)\hat{k}_x + \left(\beta_{21}\hat{\sigma}_x + \beta_{22}\hat{\sigma}_y + \beta_{23}\hat{\sigma}_z\right)\hat{k}_y$$

Вклады в СОВ-гамильтониан

1. Вклад Дрессельхауза

Нет центра инверсии в объеме полупроводниковой структуры

$$\hat{H}_D = \left(\beta_{11}\hat{\sigma}_x + \beta_{12}\hat{\sigma}_y + \beta_{13}\hat{\sigma}_z\right)\hat{k}_x + \left(\beta_{21}\hat{\sigma}_x + \beta_{22}\hat{\sigma}_y + \beta_{23}\hat{\sigma}_z\right)\hat{k}_y$$

В [001]-КЯ: $\hat{H}_D^{[001]} = \beta\left(\hat{k}_x\hat{\sigma}_x - \hat{k}_y\hat{\sigma}_y\right)$

Вклады в СОВ-гамильтониан

1. Вклад Дрессельхауза

Нет центра инверсии в объеме полупроводниковой структуры

$$\hat{H}_D = \left(\beta_{11}\hat{\sigma}_x + \beta_{12}\hat{\sigma}_y + \beta_{13}\hat{\sigma}_z\right)\hat{k}_x + \left(\beta_{21}\hat{\sigma}_x + \beta_{22}\hat{\sigma}_y + \beta_{23}\hat{\sigma}_z\right)\hat{k}_y$$

В [001]-КЯ: $\hat{H}_D^{[001]} = \beta\left(\hat{k}_x\hat{\sigma}_x - \hat{k}_y\hat{\sigma}_y\right)$

2. Вклад Рашбы

У потенциала конфайнмента нет центра инверсии (квантовая яма - несимметричная)

$$\hat{H}_R = \alpha\left(\hat{k}_y\hat{\sigma}_x - \hat{k}_x\hat{\sigma}_y\right)$$

Что такое спиновые хеликсы (PSH)?

B. Bernevig, J.Orenstein, S-C. Zhahg , PRB **97**, 236601 – первая работа о PSH.

Основные результаты

Что такое спиновые хеликсы (PSH)?

B. Bernevig, J.Orenstein, S-C. Zhahg , PRB **97**, 236601 – первая работа о PSH.

Основные результаты

1. Две системы ([001] КЯ с равными параметрами Рашбы и Дрессельхауза и симметричная[110] КЯ) обладают дополнительной симметрией, связанной со спиновыми степенями свободы – exact SU(2) symmetry.

Что такое спиновые хеликсы (PSH)?

B. Bernevig, J.Orenstein, S-C. Zhahg , PRB **97**, 236601 – первая работа о PSH.

Основные результаты

1. Две системы ([001] КЯ с равными параметрами Рашбы и Дрессельхауза и симметричная[110] КЯ) обладают дополнительной симметрией, связанной со спиновыми степенями свободы – exact SU(2) symmetry.

2. В системах с exact SU(2) симметрией реализуется особый режим спиновой прецессии – спиновый хеликс (PSH), при котором угол спиновой прецессии определяется смещением носителя вдоль некоторого выделенного направления.

Koralek *et al*, Nature **458**, 610 (2009) – первое экспериментальное обнаружение PSH в [001] GaAs/AlGaAs КЯ.

Вопросы для исследования

Вопросы для исследования

1. В каких квантовых ямах возможно формирование спиновых хеликсов ?

Вопросы для исследования

1. В каких квантовых ямах возможно формирование спиновых хеликсов ?

2. Каким условиям должна удовлетворять 2D электронная система для формирования в ней спиновых хеликсов?

Вопросы для исследования

1. В каких квантовых ямах возможно формирование спиновых хеликсов ?

2. Каким условиям должна удовлетворять 2D электронная система для формирования в ней спиновых хеликсов?

3. Какова специфика режима спинового хеликса?

Эффективный гамильтониан с обобщенным СОВ

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\hat{k}_x^2 + \hat{k}_y^2\right)\hat{\sigma}_0 + \left(\alpha_{11}\hat{\sigma}_x + \alpha_{12}\hat{\sigma}_y + \alpha_{13}\hat{\sigma}_z\right)\hat{k}_x + \left(\alpha_{21}\hat{\sigma}_x + \alpha_{22}\hat{\sigma}_y + \alpha_{23}\hat{\sigma}_z\right)\hat{k}_y$$

Эффективный гамильтониан с обобщенным СОВ

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\hat{k}_x^2 + \hat{k}_y^2\right)\hat{\sigma}_0 + \left(\alpha_{11}\hat{\sigma}_x + \alpha_{12}\hat{\sigma}_y + \alpha_{13}\hat{\sigma}_z\right)\hat{k}_x + \left(\alpha_{21}\hat{\sigma}_x + \alpha_{22}\hat{\sigma}_y + \alpha_{23}\hat{\sigma}_z\right)\hat{k}_y$$

Частные случаи

1. $$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\hat{k}_x^2 + \hat{k}_y^2\right)\hat{\sigma}_0 + \alpha\left(\hat{\sigma}_x\hat{k}_y - \hat{\sigma}_y\hat{k}_x\right) + \beta\left(\hat{\sigma}_x\hat{k}_x - \hat{\sigma}_y\hat{k}_y\right)$$

[001] КЯ с СОВ Рашбы и Дрессельхауза

Эффективный гамильтониан с обобщенным СОВ

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\hat{k}_x^2 + \hat{k}_y^2\right)\hat{\sigma}_0 + \left(\alpha_{11}\hat{\sigma}_x + \alpha_{12}\hat{\sigma}_y + \alpha_{13}\hat{\sigma}_z\right)\hat{k}_x + \left(\alpha_{21}\hat{\sigma}_x + \alpha_{22}\hat{\sigma}_y + \alpha_{23}\hat{\sigma}_z\right)\hat{k}_y$$

Частные случаи

1. $$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\hat{k}_x^2 + \hat{k}_y^2\right)\hat{\sigma}_0 + \alpha\left(\hat{\sigma}_x\hat{k}_y - \hat{\sigma}_y\hat{k}_x\right) + \beta\left(\hat{\sigma}_x\hat{k}_x - \hat{\sigma}_y\hat{k}_y\right)$$

[001] КЯ с СОВ Рашбы и Дрессельхауза

2. $$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\hat{k}_x^2 + \hat{k}_y^2\right)\hat{\sigma}_0 + \beta\hat{\sigma}_z\hat{k}_x$$

[110] симметричная КЯ

Эффективный гамильтониан с СОВ общего вида

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\hat{k}_x^2 + \hat{k}_y^2\right)\hat{\sigma}_0 + \left(\alpha_{11}\hat{\sigma}_x + \alpha_{12}\hat{\sigma}_y + \alpha_{13}\hat{\sigma}_z\right)\hat{k}_x + \left(\alpha_{21}\hat{\sigma}_x + \alpha_{22}\hat{\sigma}_y + \alpha_{23}\hat{\sigma}_z\right)\hat{k}_y$$

Частные случаи

1. $$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\hat{k}_x^2 + \hat{k}_y^2\right)\hat{\sigma}_0 + \alpha\left(\hat{\sigma}_x\hat{k}_y - \hat{\sigma}_y\hat{k}_x\right) + \beta\left(\hat{\sigma}_x\hat{k}_x - \hat{\sigma}_y\hat{k}_y\right)$$

[001] КЯ с СОВ Рашбы и Дрессельхауза

2. $$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\hat{k}_x^2 + \hat{k}_y^2\right)\hat{\sigma}_0 + \beta\hat{\sigma}_z\hat{k}_x$$ [110] симметричная КЯ

СОВ как эффективное зависящее от импульса магнитное поле

$$\vec{B}_{\text{eff}} = \left\{\alpha_{11}k_x + \alpha_{21}k_y, \alpha_{12}k_x + \alpha_{22}k_y, \alpha_{13}k_x + \alpha_{23}k_y\right\}$$

Когда существует дополнительный интеграл движения, связанный со спиновыми степенями свободы ?

Когда существует дополнительный интеграл движения, связанный со спиновыми степенями свободы ?

$\left[\hat{H},\left(\vec{n}\cdot\hat{\vec{S}}\right)\right]=\hat{0}$ когда $\vec{\alpha}_1 \parallel \vec{\alpha}_2 \Leftrightarrow \vec{\alpha}_1 = q\vec{\alpha}_2\,,\ q\in R,$

где $\vec{\alpha}_1 = \{\alpha_{11}, \alpha_{12}, \alpha_{13}\}$ и $\vec{\alpha}_2 = \{\alpha_{21}, \alpha_{22}, \alpha_{23}\}$

Когда существует дополнительный интеграл движения, связанный со спиновыми степенями свободы ?

$$\left[\hat{H},\left(\vec{n}\cdot\hat{\vec{S}}\right)\right]=\hat{0}$$ когда $\vec{\alpha}_1 \parallel \vec{\alpha}_2 \Leftrightarrow \vec{\alpha}_1 = q\vec{\alpha}_2\,,\; q\in R,$

где $\vec{\alpha}_1 = \{\alpha_{11},\alpha_{12},\alpha_{13}\}$ и $\vec{\alpha}_2 = \{\alpha_{21},\alpha_{22},\alpha_{23}\}$

$$\Downarrow$$

Оператор проекции спина на направление $\vec{\alpha}_1$

$\hat{\vec{S}}_{\vec{\alpha}_1} = \left(\vec{\alpha}_1\cdot\hat{\vec{S}}\right)\Big/\left|\vec{\alpha}_1\right|$ – интеграл движения ;

Когда существует дополнительный интеграл движения, связанный со спиновыми степенями свободы ?

$\left[\hat{H},\left(\vec{n}\cdot\hat{\vec{S}}\right)\right]=\hat{0}$ когда $\vec{\alpha}_1 \parallel \vec{\alpha}_2 \Leftrightarrow \vec{\alpha}_1 = q\vec{\alpha}_2,\ q\in R,$

где $\vec{\alpha}_1 = \{\alpha_{11},\alpha_{12},\alpha_{13}\}$ и $\vec{\alpha}_2 = \{\alpha_{21},\alpha_{22},\alpha_{23}\}$

$$\Downarrow$$

Оператор проекции спина на направление $\vec{\alpha}_1$

$\hat{\vec{S}}_{\vec{\alpha}_1} = \left(\vec{\alpha}_1\cdot\hat{\vec{S}}\right)\Big/\left|\vec{\alpha}_1\right|$ – интеграл движения ;

Когда существует дополнительный интеграл движения, связанный со спиновыми степенями свободы ?

$\left[\hat{H},\left(\vec{n}\cdot\hat{\vec{S}}\right)\right]=\hat{0}$ когда $\vec{\alpha}_1 \parallel \vec{\alpha}_2 \Leftrightarrow \vec{\alpha}_1 = q\vec{\alpha}_2 \,,\; q\in R,$

где $\vec{\alpha}_1 = \left\{\alpha_{11},\alpha_{12},\alpha_{13}\right\}$ и $\vec{\alpha}_2 = \left\{\alpha_{21},\alpha_{22},\alpha_{23}\right\}$

Оператор проекции спина на направление $\vec{\alpha}_1$

$\hat{\vec{S}}_{\vec{\alpha}_1} = \left(\vec{\alpha}_1\cdot\hat{\vec{S}}\right)\Big/\left|\vec{\alpha}_1\right|$ – интеграл движения ;

$$\begin{cases} B_x = \alpha_{21}\left(qk_x + k_y\right) \\ B_y = \alpha_{22}\left(qk_x + k_y\right) \\ B_z = \alpha_{23}\left(qk_x + k_y\right) \end{cases}$$

– эффективное магнитное поле становится однонаправленным (его направление не зависит от импульса носителя)

Поворот в спиновом пространстве $\hat{U} = \hat{\sigma}_0 \cos\frac{\chi}{2} - i\left(n_x \hat{\sigma}_x + n_y \hat{\sigma}_y\right)\sin\frac{\chi}{2}$

Поворот в спиновом пространстве $\hat{U} = \hat{\sigma}_0 \cos\frac{\chi}{2} - i\left(n_x \hat{\sigma}_x + n_y \hat{\sigma}_y\right)\sin\frac{\chi}{2}$

$$\Downarrow$$

Ось квантования спина совпадает с направлением эффективного магнитного поля

Поворот в спиновом пространстве $\hat{U} = \hat{\sigma}_0 \cos\frac{\chi}{2} - i\left(n_x \hat{\sigma}_x + n_y \hat{\sigma}_y\right)\sin\frac{\chi}{2}$

Ось квантования спина совпадает с направлением эффективного магнитного поля

«Новый» гамильтониан: $\hat{H}_1 = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\hat{k}_x^2 + \hat{k}_y^2\right)\hat{\sigma}_0 + \left|\vec{\alpha}_2\right|\left(q\hat{k}_x + \hat{k}_y\right)\hat{\sigma}_z$

Поворот в спиновом пространстве $\hat{U} = \hat{\sigma}_0 \cos\frac{\chi}{2} - i\left(n_x\hat{\sigma}_x + n_y\hat{\sigma}_y\right)\sin\frac{\chi}{2}$

Ось квантования спина совпадает с направлением эффективного магнитного поля

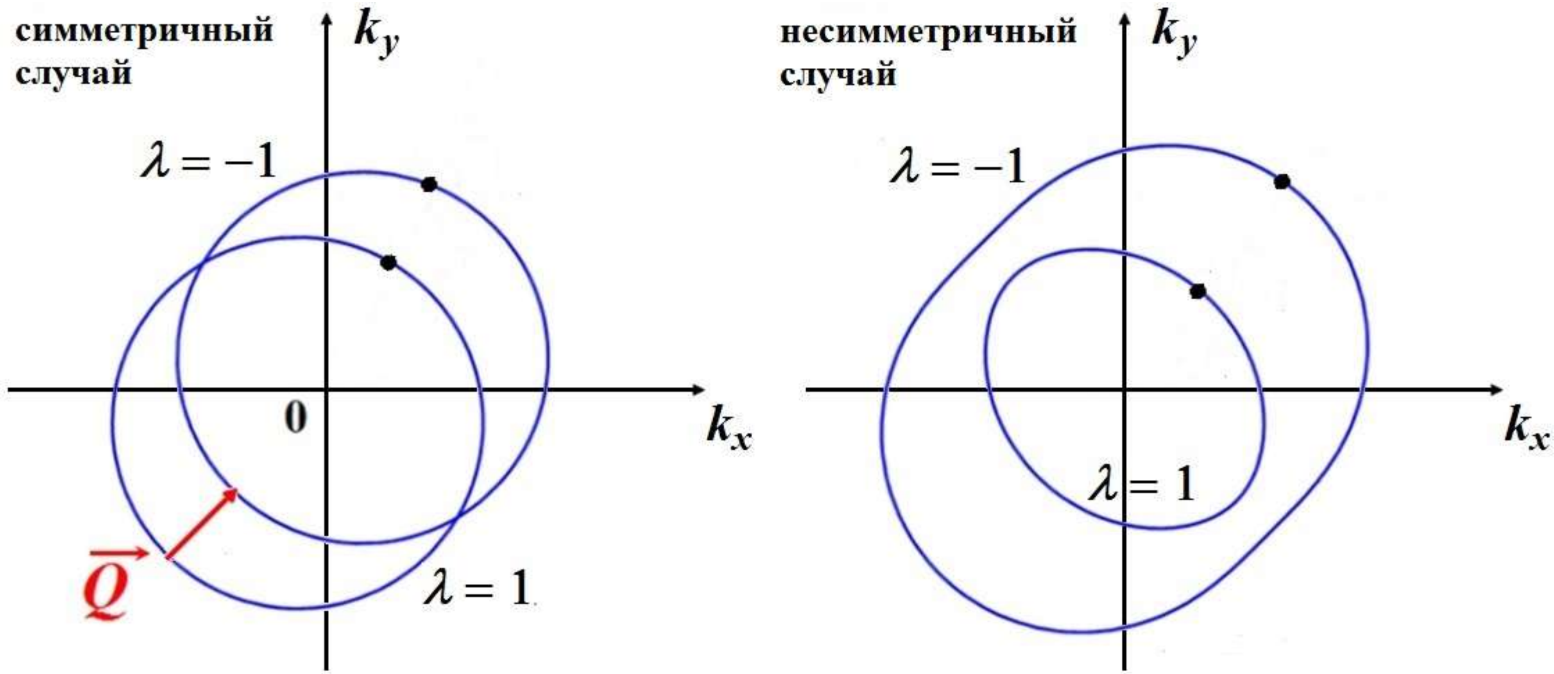
«Новый» гамильтониан: $$\hat{H}_1 = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\hat{k}_x^2 + \hat{k}_y^2\right)\hat{\sigma}_0 + \left|\vec{\alpha}_2\right|\left(q\hat{k}_x + \hat{k}_y\right)\hat{\sigma}_z$$

Волновые функции: $$\psi_{\vec{k},1} = \exp\left(i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}\right)\right)\begin{Vmatrix}1\\0\end{Vmatrix} \qquad \psi_{\vec{k},-1} = \exp\left(i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}\right)\right)\begin{Vmatrix}0\\1\end{Vmatrix}$$

Энергетический спектр: $E_\lambda(k_x, k_y) = \frac{\hbar^2}{2m}(k_x^2 + k_y^2) + \lambda|\vec{\alpha}_2|(qk_x + k_y), \lambda = \pm 1$

Трансляционное свойство закона дисперсии в симметричных случаях:

$$E_{-1}(k_x + Q_x, k_y + Q_y) = E_1(k_x, k_y) \Leftrightarrow E_{-1}(\vec{k} + \vec{Q}) = E_1(\vec{k})$$



$\vec{Q} = \{Q_x, Q_y\} = \frac{2m|\vec{\alpha}_2|}{\hbar^2}\{q, 1\}$ – «волшебный» вектор

Генераторы SU(2) симметрии:

$$\hat{C}^{+}_{\vec{Q}} = \frac{\exp\left(-i\left(\vec{Q},\vec{r}\right)\right)}{2}\left(\hat{\sigma}_x + i\hat{\sigma}_y\right) = \exp\left(-i\left(\vec{Q},\vec{r}\right)\right)\begin{Vmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{Vmatrix};$$

$$\hat{C}^{-}_{\vec{Q}} = \frac{\exp\left(i\left(\vec{Q},\vec{r}\right)\right)}{2}\left(\hat{\sigma}_x - i\hat{\sigma}_y\right) = \exp\left(i\left(\vec{Q},\vec{r}\right)\right)\begin{Vmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{Vmatrix}; \quad \hat{\sigma}_z = \begin{Vmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{Vmatrix}$$

SU(2) –алгебра: $\left[\hat{\sigma}_z, \hat{C}^{+}_{\vec{Q}}\right] = 2\hat{C}^{+}_{\vec{Q}}; \quad \left[\hat{\sigma}_z, \hat{C}^{-}_{\vec{Q}}\right] = -2\hat{C}^{-}_{\vec{Q}}; \quad \left[\hat{C}^{+}_{\vec{Q}}, \hat{C}^{-}_{\vec{Q}}\right] = \hat{\sigma}_z$

$$\left[\hat{H}_1, \hat{C}^{+}_{\vec{Q}}\right] = \left(E_1\left(\vec{k}-\vec{Q}\right) - E_{-1}\left(\vec{k}\right)\right)\hat{C}^{+}_{\vec{Q}} = \hat{0}$$

$$\left[\hat{H}_1, \hat{C}^{-}_{\vec{Q}}\right] = \left(E_{-1}\left(\vec{k}+\vec{Q}\right) - E_1\left(\vec{k}\right)\right)\hat{C}^{-}_{\vec{Q}} = \hat{0}$$

$$\left[\hat{H}_1, \hat{\sigma}_z\right] = \hat{0}$$

Формирование спиновых хеликсов – следствие SU(2) симметрии

В каких КЯ могут быть обнаружены спиновые хеликсы ?

В каких КЯ могут быть обнаружены спиновые хеликсы ?

$\Updownarrow$

Для каких гамильтонианов выполняется условие $\vec{\alpha}_1 \parallel \vec{\alpha}_2$ **?**

В каких КЯ могут быть обнаружены спиновые хеликсы ?

Для каких гамильтонианов выполняется условие $\vec{\alpha}_1 \parallel \vec{\alpha}_2$?

№	Направление роста (ось z) и ориентация осей x- и y	Тип	СОВ-гамильтониан	$\vec{\alpha}_1$ и $\vec{\alpha}_2$	Хеликсы есть?	Соотношение между параметрами СОВ, когда есть хеликсы
1	[001], $x \parallel [100]$, $y \parallel [010]$					

В каких КЯ могут быть обнаружены спиновые хеликсы ?

Для каких гамильтонианов выполняется условие $\vec{\alpha}_1 \parallel \vec{\alpha}_2$?

№	Направление роста (ось z) и ориентация осей x- и y	Тип	СОВ-гамильтониан	$\vec{\alpha}_1$ и $\vec{\alpha}_2$	Хеликсы есть?	Соотношение между параметрами СОВ, когда есть хеликсы
1	[001], $x \parallel [100]$, $y \parallel [010]$	симметричная	$H = \beta(k_x\sigma_x - k_y\sigma_y)$			

В каких КЯ могут быть обнаружены спиновые хеликсы ?

Для каких гамильтонианов выполняется условие $\vec{\alpha}_1 \parallel \vec{\alpha}_2$?

№	Направление роста (ось z) и ориентация осей x- и y	Тип	СОВ-гамильтониан	$\vec{\alpha}_1$ и $\vec{\alpha}_2$	Хеликсы есть?	Соотношение между параметрами СОВ, когда есть хеликсы
1	[001], $x \parallel [100]$, $y \parallel [010]$	симметричная	$H = \beta(k_x\sigma_x - k_y\sigma_y)$	$\vec{\alpha}_1 = \{\beta, 0, 0\}, \vec{\alpha}_2 = \{0, -\beta, 0\}$	Нет	___________

В каких КЯ могут быть обнаружены спиновые хеликсы ?

⇕

Для каких гамильтонианов выполняется условие $\vec{\alpha}_1 \parallel \vec{\alpha}_2$?

№	Направление роста (ось z) и ориентация осей x- и y	Тип	СОВ-гамильтониан	$\vec{\alpha}_1$ и $\vec{\alpha}_2$	Хеликсы есть?	Соотношение между параметрами СОВ, когда есть хеликсы
1	[001], $x \parallel [100]$, $y \parallel [010]$	симметричная	$H = \beta(k_x\sigma_x - k_y\sigma_y)$	$\vec{\alpha}_1 = \{\beta, 0, 0\}, \vec{\alpha}_2 = \{0, -\beta, 0\}$	Нет	___________
		асимметричная	$H = \beta(k_x\sigma_x - k_y\sigma_y) + \alpha(k_y\sigma_x - k_x\sigma_y)$	$\vec{\alpha}_1 = \{\beta, -\alpha, 0\}, \vec{\alpha}_2 = \{\alpha, -\beta, 0\}$	Да	$\lvert\alpha\rvert = \lvert\beta\rvert$

В каких КЯ могут быть обнаружены спиновые хеликсы ?

Для каких гамильтонианов выполняется условие $\vec{\alpha}_1 \parallel \vec{\alpha}_2$?

№	Направление роста (ось z) и ориентация осей x- и y	Тип	СОВ-гамильтониан	$\vec{\alpha}_1$ и $\vec{\alpha}_2$	Хеликсы есть?	Соотношение между параметрами СОВ, когда есть хеликсы
1	[001], $x \parallel [100]$, $y \parallel [010]$	симметричная	$H = \beta(k_x\sigma_x - k_y\sigma_y)$	$\vec{\alpha}_1 = \{\beta,0,0\}, \vec{\alpha}_2 = \{0,-\beta,0\}$	Нет	
		асимметричная	$H = \beta(k_x\sigma_x - k_y\sigma_y) + \alpha(k_y\sigma_x - k_x\sigma_y)$	$\vec{\alpha}_1 = \{\beta,-\alpha,0\}$, $\vec{\alpha}_2 = \{\alpha,-\beta,0\}$	Да	$\lvert\alpha\rvert = \lvert\beta\rvert$
2	[110], $x \parallel [\bar{1}10]$, $y \parallel [001]$	симметричная	$H = \beta k_x \sigma_z$	$\vec{\alpha}_1 = \{0,0,\beta\}$, $\vec{\alpha}_2 = \{0,0,0\}$	Да	$\beta \neq 0$

В каких КЯ могут быть обнаружены спиновые хеликсы ?

Для каких гамильтонианов выполняется условие $\vec{\alpha}_1 \parallel \vec{\alpha}_2$?

№	Направление роста (ось z) и ориентация осей x- и y	Тип	СОВ-гамильтониан	$\vec{\alpha}_1$ и $\vec{\alpha}_2$	Хеликсы есть?	Соотношение между параметрами СОВ, когда есть хеликсы
1	[001], $x \parallel [100]$, $y \parallel [010]$	симметричная	$H = \beta(k_x\sigma_x - k_y\sigma_y)$	$\vec{\alpha}_1 = \{\beta, 0, 0\}, \vec{\alpha}_2 = \{0, -\beta, 0\}$	Нет	____________
		асимметричная	$H = \beta(k_x\sigma_x - k_y\sigma_y) + \alpha(k_y\sigma_x - k_x\sigma_y)$	$\vec{\alpha}_1 = \{\beta, -\alpha, 0\}$, $\vec{\alpha}_2 = \{\alpha, -\beta, 0\}$	Да	$\lvert\alpha\rvert = \lvert\beta\rvert$
2	[110], $x \parallel [\bar{1}10]$, $y \parallel [001]$	симметричная	$H = \beta k_x\sigma_z$	$\vec{\alpha}_1 = \{0, 0, \beta\}$, $\vec{\alpha}_2 = \{0, 0, 0\}$	Да	$\beta \neq 0$
		асимметричная	$H = (\beta_1 + \alpha)k_y\sigma_x + (\beta_2 - \alpha)\sigma_y k_x + \beta_3 k_x\sigma_z$	$\vec{\alpha}_1 = \{0, \beta_2 - \alpha, \beta_3\}, \vec{\alpha}_2 = \{\beta_1 + \alpha, 0, 0\}$	Да	$\beta_1 + \alpha = 0$ или $(\beta_2 - \alpha)^2 + \beta_3^2 = 0$.

В каких КЯ могут быть обнаружены спиновые хеликсы ?

⇕

Для каких гамильтонианов выполняется условие $\vec{\alpha}_1 \parallel \vec{\alpha}_2$?

№	Направление роста (ось z) и ориентация осей x- и y	Тип	СОВ-гамильтониан	$\vec{\alpha}_1$ и $\vec{\alpha}_2$	Хеликсы есть?	Соотношение между параметрами СОВ, когда есть хеликсы
1	[001], $x \parallel [100]$, $y \parallel [010]$	симметричная	$H = \beta(k_x\sigma_x - k_y\sigma_y)$	$\vec{\alpha}_1 = \{\beta, 0, 0\}, \vec{\alpha}_2 = \{0, -\beta, 0\}$	Нет	___________
		асимметричная	$H = \beta(k_x\sigma_x - k_y\sigma_y) + \alpha(k_y\sigma_x - k_x\sigma_y)$	$\vec{\alpha}_1 = \{\beta, -\alpha, 0\}, \vec{\alpha}_2 = \{\alpha, -\beta, 0\}$	Да	$\lvert\alpha\rvert = \lvert\beta\rvert$
2	[110], $x \parallel [\bar{1}10]$, $y \parallel [001]$	симметричная	$H = \beta k_x \sigma_z$	$\vec{\alpha}_1 = \{0, 0, \beta\}, \vec{\alpha}_2 = \{0, 0, 0\}$	Да	$\beta \neq 0$
		асимметричная	$H = (\beta_1 + \alpha)k_y\sigma_x + (\beta_2 - \alpha)\sigma_y k_x + \beta_3 k_x \sigma_z$	$\vec{\alpha}_1 = \{0, \beta_2 - \alpha, \beta_3\}, \vec{\alpha}_2 = \{\beta_1 + \alpha, 0, 0\}$	Да	$\beta_1 + \alpha = 0$ или $(\beta_2 - \alpha)^2 + \beta_3^2 = 0$.
3	[111], $x \parallel [11\bar{2}]$, $y \parallel [\bar{1}10]$	симметричная	$H = \beta(k_y\sigma_x - k_x\sigma_y)$	$\vec{\alpha}_1 = \{0, -\beta, 0\}, \vec{\alpha}_2 = \{\beta, 0, 0\}$	Нет	___________
		асимметричная	$H = (\alpha + \beta)(k_y\sigma_x - k_x\sigma_y)$	$\vec{\alpha}_1 = \{0, -(\alpha + \beta), 0\}, \vec{\alpha}_2 = \{\alpha + \beta, 0, 0\}$	Нет	___________

В каких КЯ могут быть обнаружены спиновые хеликсы ?

Для каких гамильтонианов выполняется условие $\vec{\alpha}_1 \parallel \vec{\alpha}_2$?

№	Направление роста (ось z) и ориентация осей x- и y	Тип	СОВ-гамильтониан	$\vec{\alpha}_1$ и $\vec{\alpha}_2$	Хеликсы есть?	Соотношение между параметрами СОВ, когда есть хеликсы
1	[001], $x \parallel [100]$, $y \parallel [010]$	симметричная	$H = \beta(k_x\sigma_x - k_y\sigma_y)$	$\vec{\alpha}_1 = \{\beta, 0, 0\}, \vec{\alpha}_2 = \{0, -\beta, 0\}$	Нет	____________
		асимметричная	$H = \beta(k_x\sigma_x - k_y\sigma_y) + \alpha(k_y\sigma_x - k_x\sigma_y)$	$\vec{\alpha}_1 = \{\beta, -\alpha, 0\}$, $\vec{\alpha}_2 = \{\alpha, -\beta, 0\}$	Да	$\lvert\alpha\rvert = \lvert\beta\rvert$
2	[110], $x \parallel [\bar{1}10]$, $y \parallel [001]$	симметричная	$H = \beta k_x\sigma_z$	$\vec{\alpha}_1 = \{0, 0, \beta\}$, $\vec{\alpha}_2 = \{0, 0, 0\}$	Да	$\beta \neq 0$
		асимметричная	$H = (\beta_1 + \alpha)k_y\sigma_x + (\beta_2 - \alpha)\sigma_y k_x + \beta_3 k_x\sigma_z$	$\vec{\alpha}_1 = \{0, \beta_2 - \alpha, \beta_3\}, \vec{\alpha}_2 = \{\beta_1 + \alpha, 0, 0\}$	Да	$\beta_1 + \alpha = 0$ или $(\beta_2 - \alpha)^2 + \beta_3^2 = 0$.
3	[111], $x \parallel [11\bar{2}]$, $y \parallel [\bar{1}10]$	симметричная	$H = \beta(k_y\sigma_x - k_x\sigma_y)$	$\vec{\alpha}_1 = \{0, -\beta, 0\}, \vec{\alpha}_2 = \{\beta, 0, 0\}$	Нет	____________
		асимметричная	$H = (\alpha + \beta)(k_y\sigma_x - k_x\sigma_y)$	$\vec{\alpha}_1 = \{0, -(\alpha + \beta), 0\}$, $\vec{\alpha}_2 = \{\alpha + \beta, 0, 0\}$	Нет	____________
4	[113], $x \parallel [1\bar{1}0]$, $y \parallel [33\bar{2}]$	симметричная	$H = \beta_1\sigma_x k_y + \beta_2\sigma_y k_x + \beta_3\sigma_z k_x$	$\vec{\alpha}_1 = \{0, \beta_2, \beta_3\}, \vec{\alpha}_2 = \{\beta_1, 0, 0\}$	Да	$\beta_1 = 0$ или $\beta_2 = \beta_3 = 0$.
		асимметричная	$H = (\beta_1 + \alpha)k_y\sigma_x + (\beta_2 - \alpha)\sigma_y k_x + \beta_3 k_x\sigma_z$	$\vec{\alpha}_1 = \{0, \beta_2 - \alpha, \beta_3\}, \vec{\alpha}_2 = \{\beta_1 + \alpha, 0, 0\}$	Да	$\beta_1 + \alpha = 0$ или $(\beta_2 - \alpha)^2 + \beta_3^2 = 0$.

В каких КЯ могут быть обнаружены спиновые хеликсы ?

Для каких гамильтонианов выполняется условие $\vec{\alpha}_1 \parallel \vec{\alpha}_2$?

№	Направление роста (ось z) и ориентация осей x- и y	Тип	СОВ-гамильтониан	$\vec{\alpha}_1$ и $\vec{\alpha}_2$	Хеликсы есть?	Соотношение между параметрами СОВ, когда есть хеликсы
1	[001], $x \parallel [100]$, $y \parallel [010]$	симметричная	$H = \beta(k_x\sigma_x - k_y\sigma_y)$	$\vec{\alpha}_1 = \{\beta,0,0\}, \vec{\alpha}_2 = \{0,-\beta,0\}$	Нет	————
		асимметричная	$H = \beta(k_x\sigma_x - k_y\sigma_y) + \alpha(k_y\sigma_x - k_x\sigma_y)$	$\vec{\alpha}_1 = \{\beta,-\alpha,0\}, \vec{\alpha}_2 = \{\alpha,-\beta,0\}$	Да	$\|\alpha\| = \|\beta\|$
2	[110], $x \parallel [\bar{1}10]$, $y \parallel [001]$	симметричная	$H = \beta k_x\sigma_z$	$\vec{\alpha}_1 = \{0,0,\beta\}, \vec{\alpha}_2 = \{0,0,0\}$	Да	$\beta \neq 0$
		асимметричная	$H = (\beta_1+\alpha)k_y\sigma_x + (\beta_2-\alpha)\sigma_y k_x + \beta_3 k_x\sigma_z$	$\vec{\alpha}_1 = \{0,\beta_2-\alpha,\beta_3\}, \vec{\alpha}_2 = \{\beta_1+\alpha,0,0\}$	Да	$\beta_1+\alpha=0$ или $(\beta_2-\alpha)^2+\beta_3^2=0$.
3	[111], $x \parallel [11\bar{2}]$, $y \parallel [\bar{1}10]$	симметричная	$H = \beta(k_y\sigma_x - k_x\sigma_y)$	$\vec{\alpha}_1 = \{0,-\beta,0\}, \vec{\alpha}_2 = \{\beta,0,0\}$	Нет	————
		асимметричная	$H = (\alpha+\beta)(k_y\sigma_x - k_x\sigma_y)$	$\vec{\alpha}_1 = \{0,-(\alpha+\beta),0\}, \vec{\alpha}_2 = \{\alpha+\beta,0,0\}$	Нет	————
4	[113], $x \parallel [1\bar{1}0]$, $y \parallel [33\bar{2}]$	симметричная	$H = \beta_1\sigma_x k_y + \beta_2\sigma_y k_x + \beta_3\sigma_z k_x$	$\vec{\alpha}_1 = \{0,\beta_2,\beta_3\}, \vec{\alpha}_2 = \{\beta_1,0,0\}$	Да	$\beta_1 = 0$ или $\beta_2 = \beta_3 = 0$.
		асимметричная	$H = (\beta_1+\alpha)k_y\sigma_x + (\beta_2-\alpha)\sigma_y k_x + \beta_3 k_x\sigma_z$	$\vec{\alpha}_1 = \{0,\beta_2-\alpha,\beta_3\}, \vec{\alpha}_2 = \{\beta_1+\alpha,0,0\}$	Да	$\beta_1+\alpha=0$ или $(\beta_2-\alpha)^2+\beta_3^2=0$.
5	[013], оси x- и y- перпендикулярны оси z	симметричная	$H = \sum_{lm}\beta_{lm}\sigma_l k_m$, $l=\overline{1,3}; m=\overline{1,2}$	$\vec{\alpha}_1 = \{\beta_{11},\beta_{12},\beta_{13}\}, \vec{\alpha}_2 = \{\beta_{21},\beta_{22},\beta_{23}\}$	Да	$\vec{\alpha}_1$ и $\vec{\alpha}_2$ – коллинеарны.
		асимметричная	$H = \sum_{lm}\beta_{lm}\sigma_l k_m + \alpha(k_y\sigma_x - k_x\sigma_y)$	$\vec{\alpha}_1 = \{\beta_{11},\beta_{12}-\alpha,\beta_{13}\}, \vec{\alpha}_2 = \{\beta_{21}+\alpha,\beta_{22},\beta_{23}\}$	Да	

Какова специфика режима спинового хеликса ?

Какова специфика режима спинового хеликса ?

Гамильтониан с СОВ общего вида:

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\hat{k}_x^2 + \hat{k}_y^2\right)\hat{\sigma}_0 + \left(\alpha_{11}\hat{\sigma}_x + \alpha_{12}\hat{\sigma}_y + \alpha_{13}\hat{\sigma}_z\right)\hat{k}_x + \left(\alpha_{21}\hat{\sigma}_x + \alpha_{22}\hat{\sigma}_y + \alpha_{23}\hat{\sigma}_z\right)\hat{k}_y$$

Какова специфика режима спинового хеликса (PSH) ?

Гамильтониан с СОВ общего вида:

$$\hat{H} = \frac{\hbar^2}{2m}\left(\hat{k}_x^2 + \hat{k}_y^2\right)\hat{\sigma}_0 + \left(\alpha_{11}\hat{\sigma}_x + \alpha_{12}\hat{\sigma}_y + \alpha_{13}\hat{\sigma}_z\right)\hat{k}_x + \left(\alpha_{21}\hat{\sigma}_x + \alpha_{22}\hat{\sigma}_y + \alpha_{23}\hat{\sigma}_z\right)\hat{k}_y$$

Собственные функции: $\psi_{\vec{k},\lambda}(\vec{r}) = \dfrac{\exp\left(i\left(\vec{k}\cdot\vec{r}\right)\right)}{\sqrt{|A|^2 + B_\lambda^2}}\left\|\begin{matrix}\lambda B_\lambda \exp(i \arg A) \\ |A|\end{matrix}\right\|$, $\lambda = \pm 1$

Энергетический спектр: $E_\lambda(k,\phi) = \dfrac{\hbar^2 k^2}{2m} + \lambda k \xi(\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \phi)$, где

$$\vec{k} = \{k\cos\phi, k\sin\phi\}, \quad A = (\alpha_{11} - i\alpha_{12})\cos\phi + (\alpha_{21} - i\alpha_{22})\sin\phi,$$

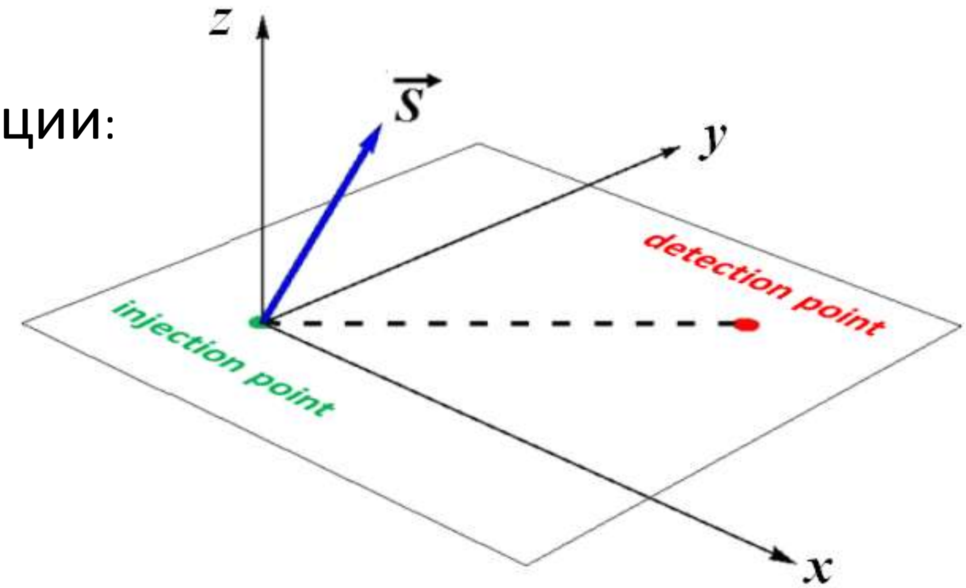
$$\xi(\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \phi) = \sqrt{|\vec{\alpha}_1|^2 \cos^2\phi + (\vec{\alpha}_1 \cdot \vec{\alpha}_2)\sin 2\phi + |\vec{\alpha}_2|^2 \sin^2\phi},$$

$$B_\lambda = \lambda(\alpha_{13}\cos\phi + \alpha_{23}\sin\phi) + \xi(\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \phi)$$

Инжекция электрона с фиксированными энергией и направлением распространения

Волновая функция в точке инжекции:

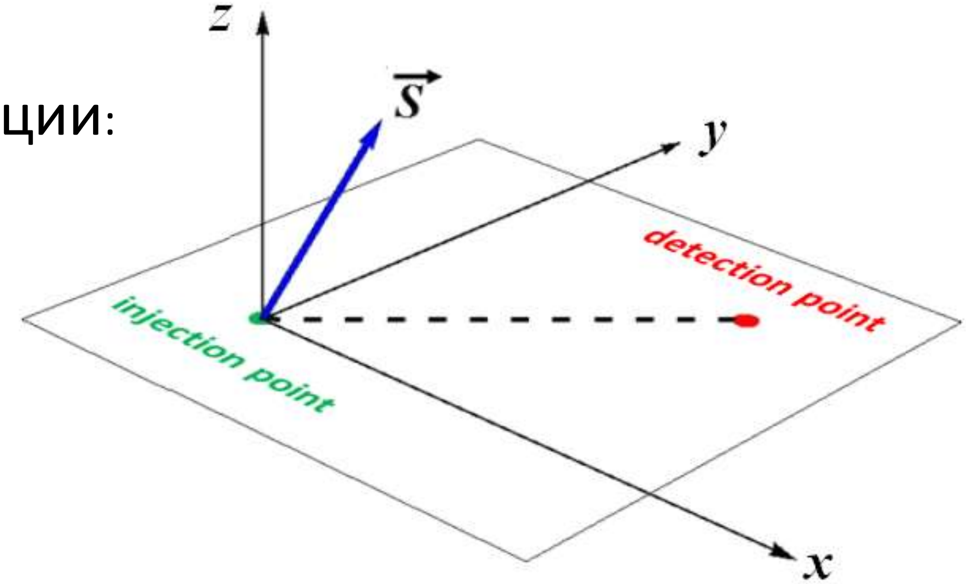
$$\psi_0 = \left\| \begin{matrix} \exp(-i\varphi_s)\cos(\theta_s/2) \\ \sin(\theta_s/2) \end{matrix} \right\|$$

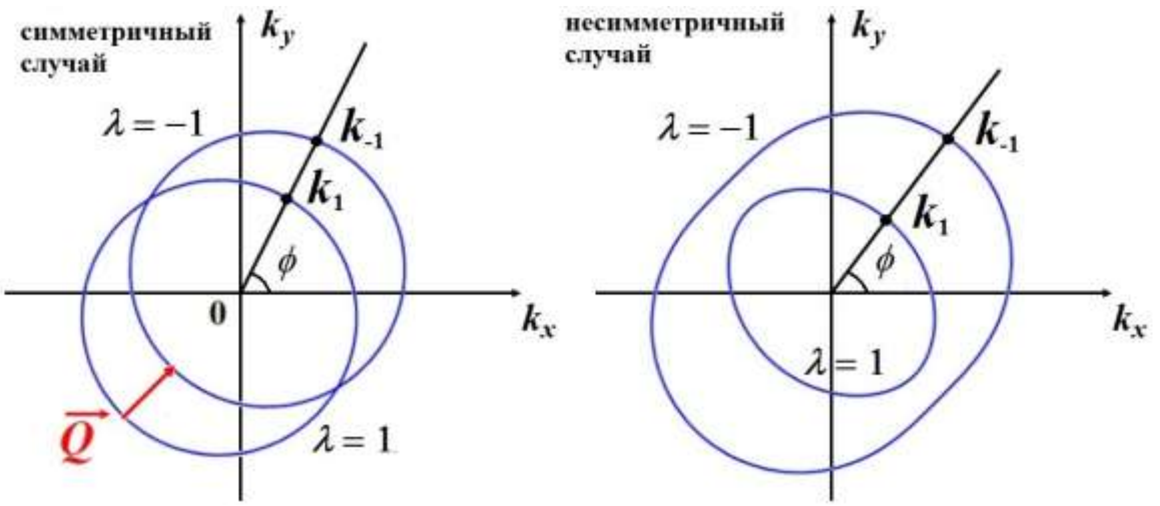


Инжекция электрона с фиксированными энергией и направлением распространения

Волновая функция в точке инжекции:

$$\psi_0 = \left\| \begin{matrix} \exp(-i\varphi_s)\cos(\theta_s/2) \\ \sin(\theta_s/2) \end{matrix} \right\|$$

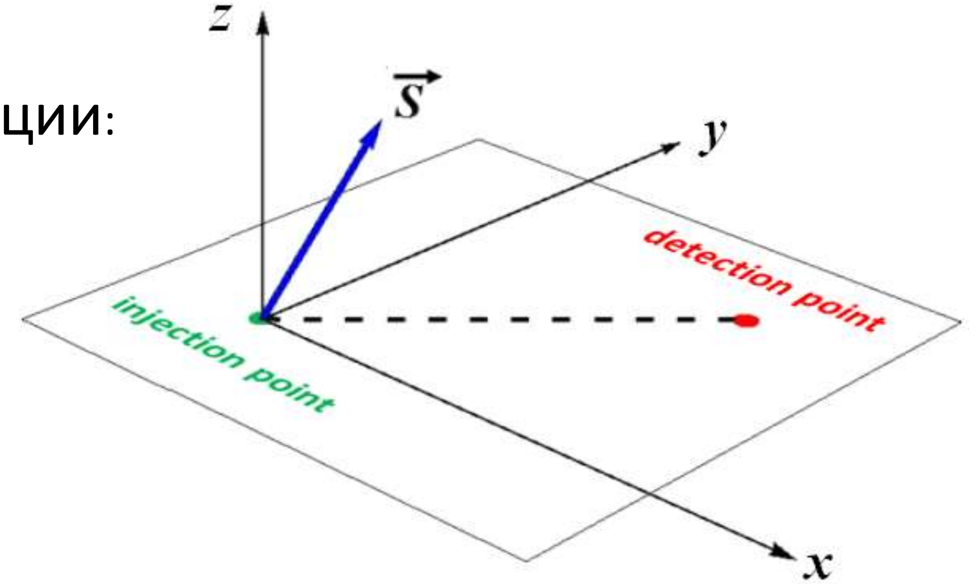


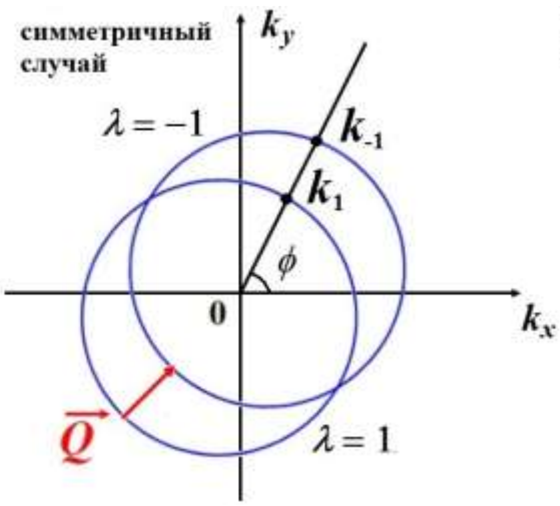


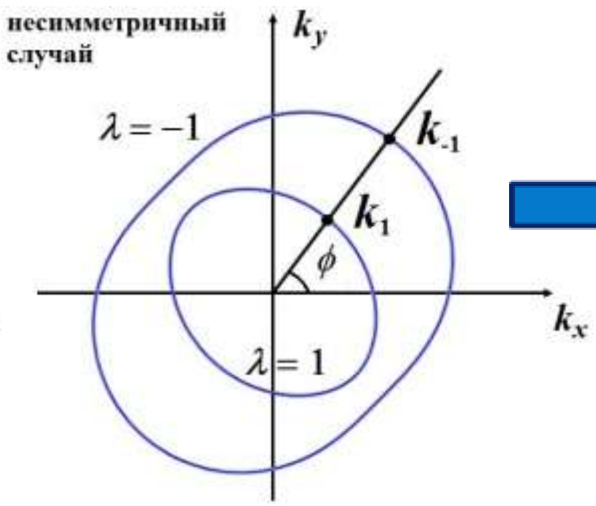
Инжекция электрона с фиксированными энергией и направлением распространения

Волновая функция в точке инжекции:

$$\psi_0 = \left\| \begin{matrix} \exp(-i\varphi_s)\cos(\theta_s/2) \\ \sin(\theta_s/2) \end{matrix} \right\|$$







$$\psi_0 = C_1 \psi_{\vec{k}_1, 1} + C_{-1} \psi_{\vec{k}_{-1}, -1}$$

Волновая функция в точке детектирования:

$$\psi(r) = \exp\left(\frac{i\left(\left(\vec{k}_1 + \vec{k}_{-1}\right) \cdot \vec{r}\right)}{2}\right) \sum_{\lambda=\pm 1} \exp\left(-i\lambda\left(\vec{k}_{-1} - \vec{k}_1, \vec{r}\right)/2\right) C_\lambda(0) \psi_{\vec{k}_\lambda, \lambda}(0)$$

Волновая функция в точке детектирования:

$$\psi(r) = \exp\left(\frac{i\left(\left(\vec{k}_1 + \vec{k}_{-1}\right)\cdot\vec{r}\right)}{2}\right)\sum_{\lambda=\pm1}\exp\left(-i\lambda\left(\vec{k}_{-1} - \vec{k}_1, \vec{r}\right)/2\right)C_\lambda(0)\psi_{\vec{k}_\lambda,\lambda}(0)$$

Общее выражение для угла спиновой прецессии:

$$\theta(r,\phi) = \left(\vec{k}_{-1} - \vec{k}_1, \vec{r}\right) = 2m\xi(\vec{\alpha}_1, \vec{\alpha}_2, \phi)r/\hbar^2$$

Волновая функция в точке детектирования:

$$\psi(r)=\exp\left(\frac{i\left(\left(\vec{k}_1+\vec{k}_{-1}\right)\cdot\vec{r}\right)}{2}\right)\sum_{\lambda=\pm1}\exp\left(-i\lambda\left(\vec{k}_{-1}-\vec{k}_1,\vec{r}\right)/2\right)C_\lambda(0)\psi_{\vec{k}_\lambda,\lambda}(0)$$

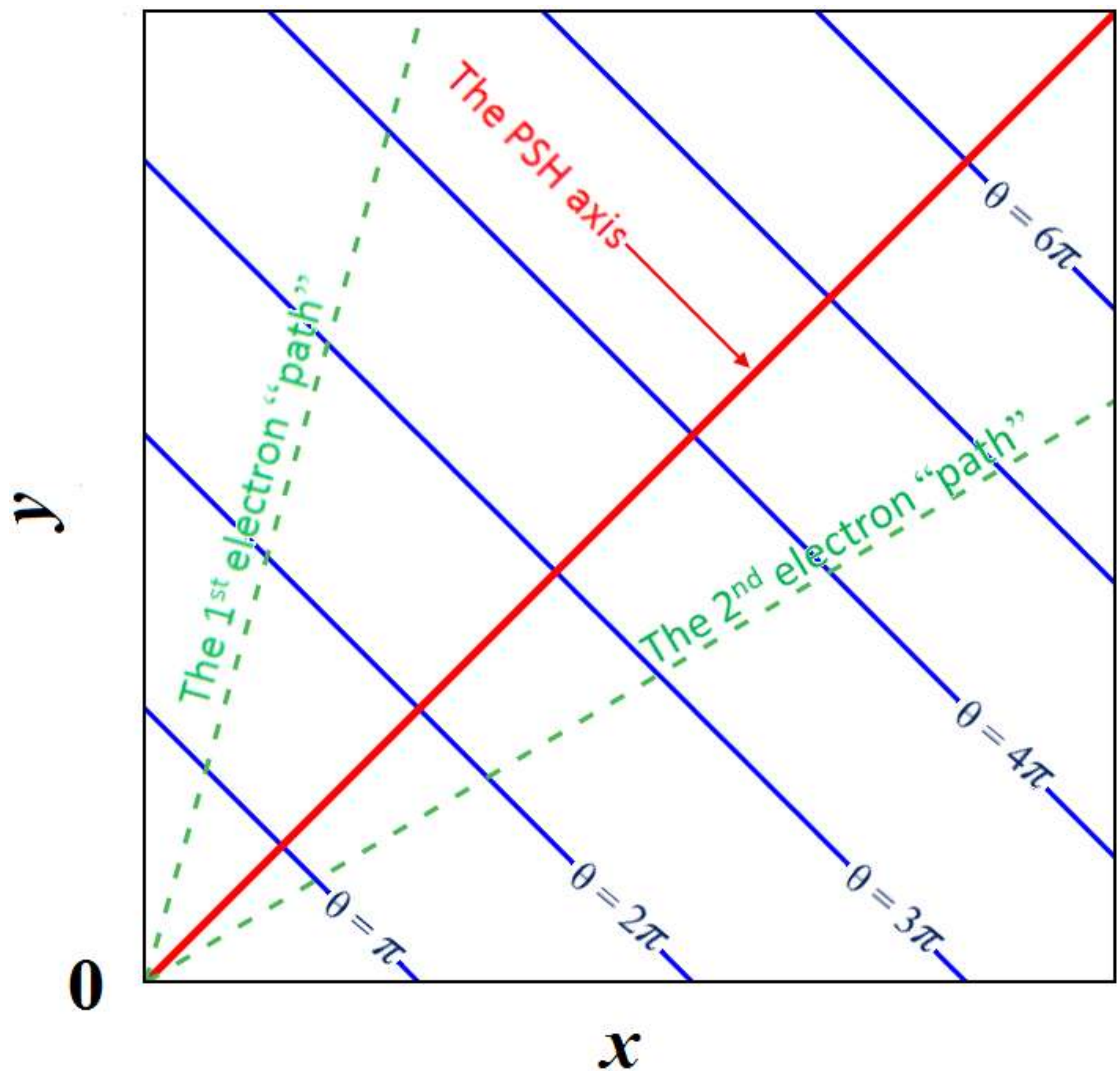
Общее выражение для угла спиновой прецессии:

$$\theta(r,\phi)=\left(\vec{k}_{-1}-\vec{k}_1,\vec{r}\right)=2m\xi(\vec{\alpha}_1,\vec{\alpha}_2,\phi)r/\hbar^2$$

В симметричных случаях ($\vec{\alpha}_1 \parallel \vec{\alpha}_2 \Leftrightarrow \vec{\alpha}_1=q\vec{\alpha}_2,\ q\in R$**):**

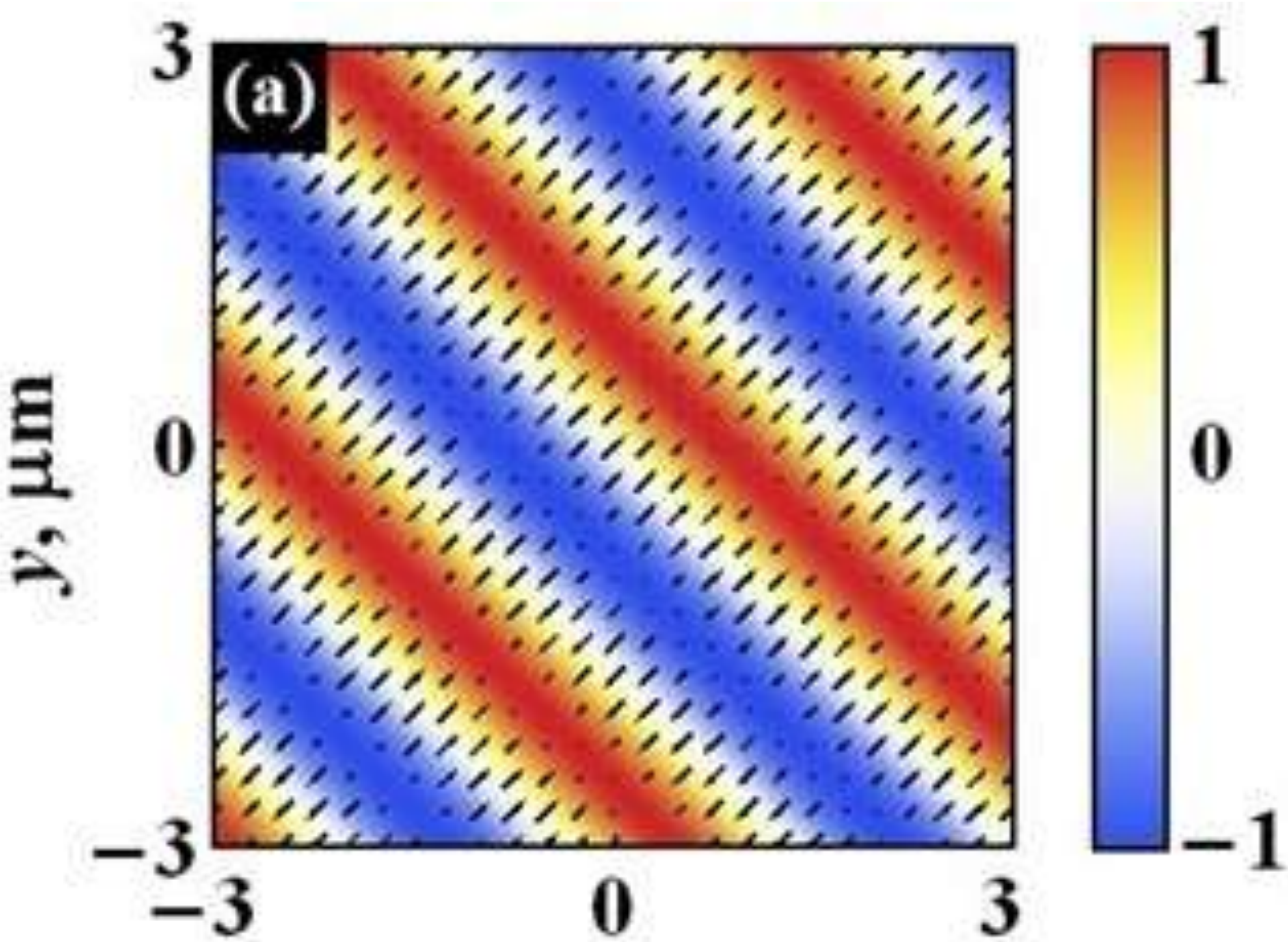
$$\theta(r,\phi)=\frac{2m|\vec{\alpha}_2|\sqrt{1+q^2}}{\hbar^2}r\left|\cos\left(\phi-\arctan\frac{1}{q}\right)\right|=\left|\left(\vec{Q}\cdot\vec{r}\right)\right|$$

Угол спиновой прецессии равен проекции перемещения электрона на направление «волшебного» вектора

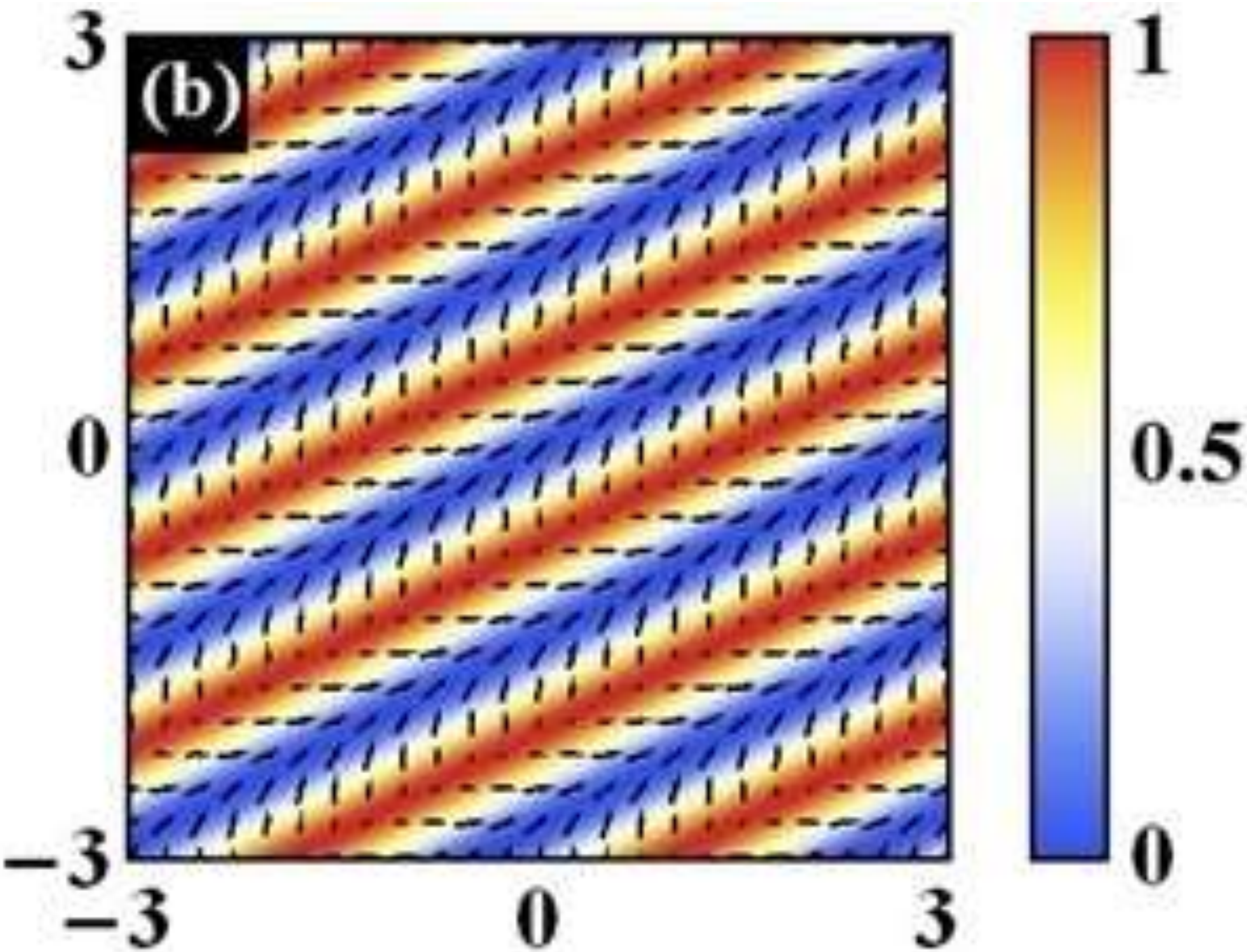


The PSH axis
The 1st electron "path"
The 2nd electron "path"
$\theta=\pi$
$\theta=2\pi$
$\theta=3\pi$
$\theta=4\pi$
$\theta=6\pi$
y
x
0

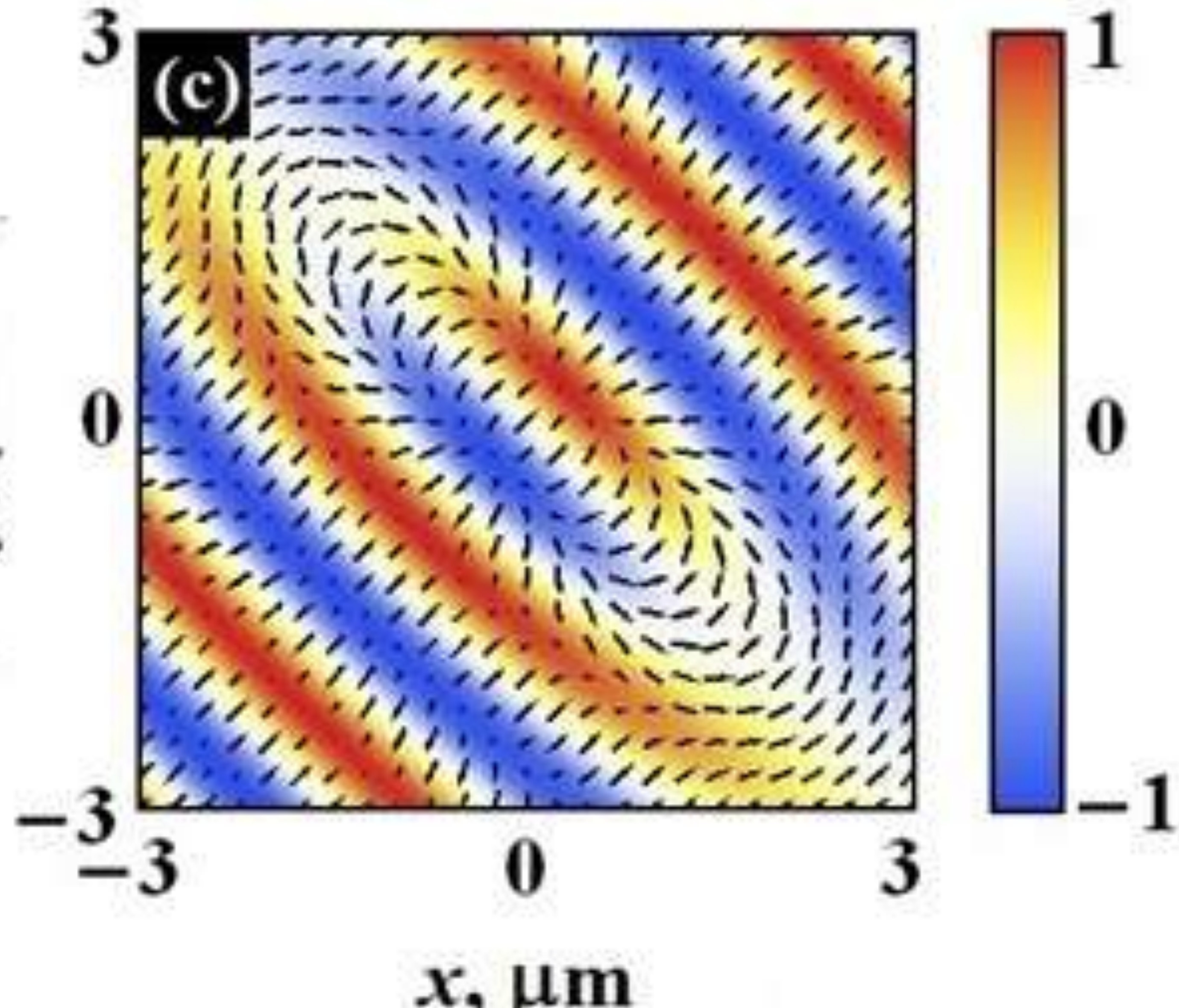
(a) [001] КЯ, $\alpha = \beta$



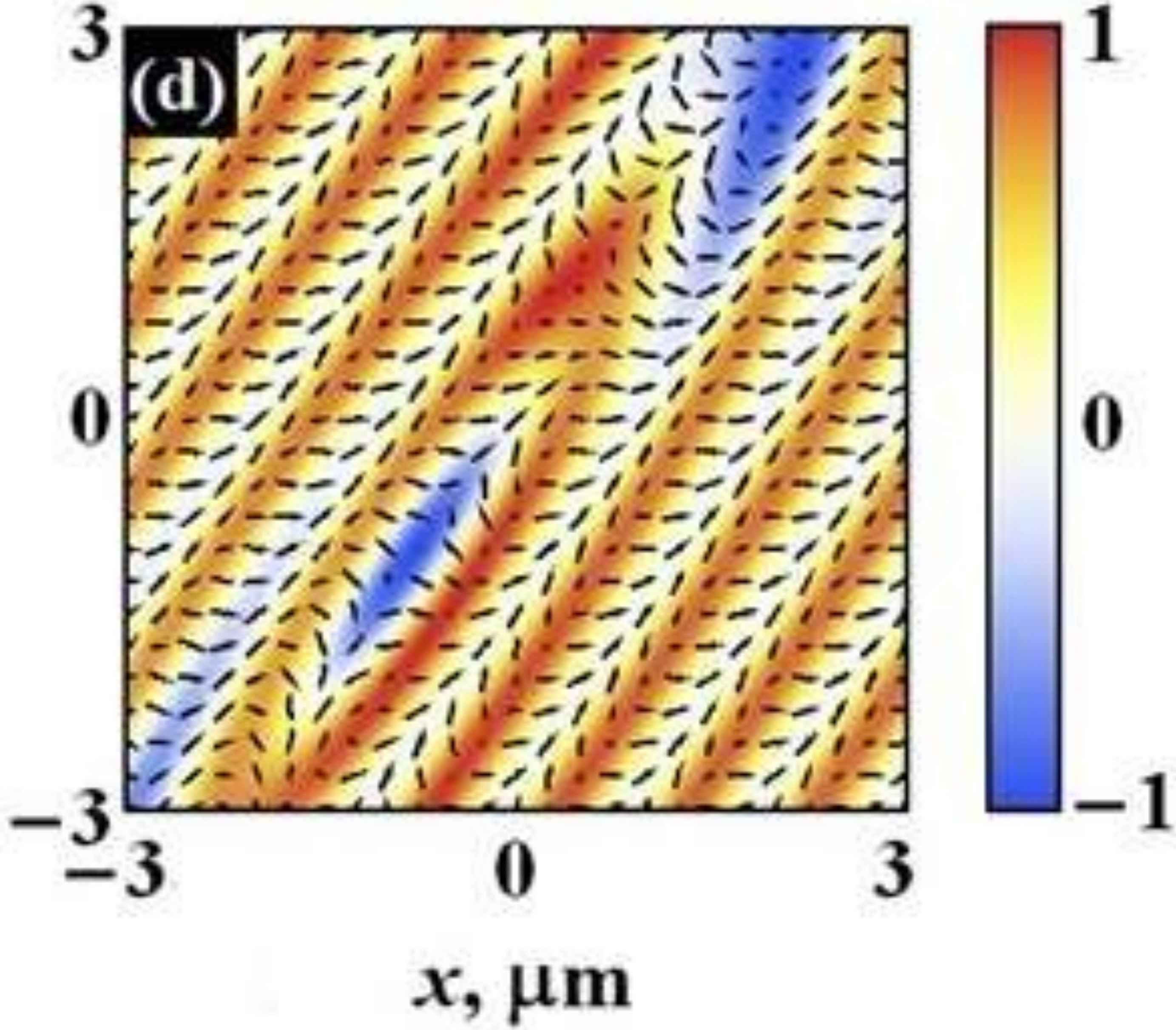
(b) [013] КЯ, симметричный случай



(c) [001] КЯ, $\alpha \neq \beta$



(d) [013] КЯ, несимметричный случай



Заключение

В результате исследование эффективного гамильтониана с обобщенным СОВ-вкладом, отвечающим КЯ с произвольным направлением роста:

Заключение

В результате исследование эффективного гамильтониана с обобщенным СОВ-вкладом, отвечающим КЯ с произвольным направлением роста:

1) получен простой аналитический критерий формирования особого режима спиновой прецессии – спинового хеликса (PSH);

Заключение

В результате исследование эффективного гамильтониана с обобщенным СОВ-вкладом, отвечающим КЯ с произвольным направлением роста:

1) получен простой аналитический критерий формирования особого режима спиновой прецессии – спинового хеликса (PSH);

2) показано, что среди 2D систем с СОВ существует широкий класс систем с SU(2) симметрией (помимо известных раннее случаев), в которых может быть реализован PSH.